

## Tutorium zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik I“

1. Seien  $M$  und  $N$  Mengen. Zeigen Sie, daß

$$(M \cup N) \setminus (M \cap N) = (M \setminus N) \cup (N \setminus M).$$

2. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- a)  $\forall a, b \in \mathbb{Z} : ((a \text{ und } b \text{ sind gerade}) \implies (a + b \text{ und } a \cdot b \text{ sind gerade}))$   
b)  $\forall a, b \in \mathbb{Z} : (a + b \text{ ist gerade} \implies a \cdot b \text{ ist gerade})$

3. a) Sei  $M := \{-2, 0, 1, 2, 3\}$  und  $N := \{x^4 \mid x \in M\}$ . Bestimmen Sie die Elemente von  $N$  sowie die Elemente der Mengen

$$\{(x, y) \in M \times N \mid x = y\} \quad \{(x, y) \in M \times N \mid x + y > 18\}.$$

- b) Es sei  $M := \{-1\} \cup [1, 2] \subset \mathbb{R}$  und  $N := \{-2, -1\} \cup [2, 3] \subset \mathbb{R}$ . (Dabei bezeichnet  $[a, b]$  die Menge  $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ .) Skizzieren Sie die Menge  $M \times N$  als Teilmenge von  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ .

4. a) Geben Sie für die folgenden Mengen  $M_i$  jeweils alle Elemente der Potenzmenge  $\mathcal{P}(M_i)$  an:

- i)  $M_0 := \emptyset$   
ii)  $M_1 := \{1\}$   
iii)  $M_2 := \{1, 2\}$   
iv)  $M_3 := \{1, 2, 3\}$

- b) Entwickeln Sie eine Vermutung, wieviele Elemente allgemein die Potenzmenge  $\mathcal{P}(M_n)$  der Menge  $M_n := \{1, 2, \dots, n\}$  (mit  $n \in \mathbb{N}$ ) besitzt.  
c) Bestimmen Sie die Potenzmengen der Mengen  $N_1 = \{\emptyset, \{1\}\}$ ,  $N_2 = \{\{1, 2\}\}$  und  $N_1 \cup N_2$ .